2021-2022 EĞİTİM ÖĞRETİM YILI ANALİZ 2 DERSİ QUIZ SINAVI SORULARI

08.04.2022

1) $f(x)=\begin{cases} 4x, & x\le 0 \\ ax^2+bx+c, & 0<x<1 \\ 3-2x, & x\ge 1 \end{cases}$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ üzerinde türevlenebilirse a,b ve c sabitlerini bulunuz.

2) $y=\left(e^x\right)^{\tan x}+\tan\left(x^{\left(e^x\right)}\right)$ ise $\dfrac{dy}{dx}=?$

3) $\begin{cases} x(t)=t^2+3t-8 \\ y(t)=2t^2-2t-5 \end{cases}$ şeklinde verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun $A(2,-1)$ noktasındaki teğet denklemini bulunuz.

4) $x^y+y^x=0$ şeklinde verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $\dfrac{d^2y}{dx^2}=f''(x)$ türevini bulunuz.

Not: Süre 45 dakikadır.

③ $x=2$ için $t^2+3t-8=2 \Rightarrow t^2+3t-10=0$
$(t+5)(t-2)=0$

$y=-1$ için $2t^2-2t-5=-1 \Rightarrow 2t^2-2t-4=0$
$2(t^2-t-2)=0$
$2(t-2)(t+1)=0$

$\Big\}$ $t=2$ olmalı

$$y'=\frac{y_t}{x_t}=\frac{4t-2}{2t+3} \Rightarrow m=y'\Big|_{A(2,-1)}=y'\Big|_{t=2}=\frac{6}{7} \text{ olur.}$$

$$d_T:\ y+1=\frac{6}{7}(x-2) \quad \vee \quad 7y-6x+19=0 \text{ dur.}$$

④ $F(x,y)=0$ için $y'=-\dfrac{F_x}{F_y}=-\dfrac{y.x^{y-1}+y^x.\ln y}{x^y.\ln x+x.y^{x-1}}$ olur.

y'' için bölümün türevi alınırsa

① $y.x^{y-1}+y^x.\ln y$ &

② $x^y.\ln x+x.y^{x-1}$ olmak üzere

$$y'' = -\frac{\left(y.x^{y-1}+y^x.\ln y\right)'.②-①\left(x^y.\ln x+x.y^{x-1}\right)'}{[②]^2}$$

$$= \frac{1}{(②)^2}\Big[-\Big(y'.x^{y-1}+y.(x^{y-1})'+(y^x)'.\ln y+\frac{y'}{y}\Big).②$$

$$+①\Big((x^y)'.\ln x+x^y.\frac{1}{x}+y^{x-1}+x.(y^{x-1})'\Big)\Big]$$

$(x^{y-1})'$ için: $u(x)=x^{y-1} \Rightarrow \ln u=(y-1).\ln x \Rightarrow$

$$u'(x)=x^{y-1}\left(y'.\ln x+(y-1).\frac{1}{x}\right) \text{-----} (*)$$

$(y^x)'$ için: $u=y^x \Rightarrow \ln u = x.\ln y \Rightarrow$

$$u'(x)=y^x\left(1.\ln y+x.\frac{y'}{y}\right) \text{----} (**)$$

$$(x^y)' = x^y.\left(y'.\ln x+y.\frac{1}{x}\right) \text{------} (***)$$

$$(y^{x-1})' = y^{x-1}\left(1.\ln y+(x-1).\frac{y'}{y}\right) \text{-------} (****)$$

yerlerine yazılırsa y'' bulunur.

1) $f'(x) = \begin{cases} 4, & x \leq 0 \\ 2ax+b, & 0 < x < 1 \\ -2, & x \geq 1 \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x \to 0^-} f'(x) = 4 \\ &\lim_{x \to 0^+} f'(x) = \lim_{x \to 0^+} (2ax+b) = b \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underline{b=4}$$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x \to 1^-} 2ax+b = 2a+b \\ &\lim_{x \to 1^+} (-2) = -2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &2a+b=-2 \\ &2a+4=2 \Rightarrow \underline{a=-3} \end{aligned}$$

f, IR üzerinde türevli ⇒ süreklidir. O halde $x=0$ noktasındaki sürekliliğinden

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0) \Rightarrow a.0+b.0+c=0$$

$$\underline{c=0}$$

2) $v = (e^x)^{\tan x}$, $u = x^{e^x}$ denirse $y = u + \tan v$ olur.

$\Downarrow$

$\ln v = \tan x \ln e^x$

$\ln v = x \tan x$

$\frac{v'}{v} = \tan x + x . \sec^2 x$

$v' = (e^x)^{\tan x} (\tan x + x . \sec^2 x)$

$\Rightarrow$ $\ln u = e^x \ln x$

$\frac{u'}{u} = e^x \ln x + \frac{e^x}{x}$

$u' = x^{e^x} e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$

$y = u + \tan v \Rightarrow \frac{dy}{dx} = v' + \sec^2 u . u'$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (e^x)^{\tan x} (\tan x + x \sec^2 x) + x^{e^x} . e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) . \sec^2 (x^{e^x})$$